COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 MAI 1901,

PRÉSIDENCE DE M. FOUQUÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un galvanomètre parfaitement astatique.* Note de M. LIPPMANN.

« Cet appareil se compose essentiellement d'une bobine fixe parcourue par le courant à mesurer, et d'une aiguille aimantée mobile, suspendue de manière à pouvoir se déplacer *parallèlement à elle-même*. L'aiguille est portée par un fil de cocon f qui lui permet de s'orienter dans le plan du méridien magnétique; ce fil de cocon est attaché à l'extrémité d'un fléau d'une petite balance de torsion constituée par un levier, porté lui-même par un fil f'. Un pôle de l'aiguille aimantée pénètre dans la bobine fixe; le courant agit donc, non pour dévier l'aiguille, qui reste orientée vers le nord magnétique, mais pour la déplacer parallèlement à elle-même. Or, l'action de la terre ne tend pas à déplacer un aimant parallèlement à lui-

même. Il s'ensuit que la terre n'exerce aucune force antagoniste de celle produite par le courant; l'appareil est donc parfaitement astatique.

» Il est avantageux d'employer deux bobines, agissant chacune sur un des pôles de l'aiguille. Pour installer le galvanomètre il faut l'orienter de manière que l'axe des bobines soit dans le plan du méridien magnétique. L'aiguille aimantée est alors dirigée suivant cet axe. Il faut en outre que, aucun courant ne passant par l'appareil, le levier de paille s'arrête dans la direction est-ouest. On satisfait à cette condition en faisant tourner un tambour auquel est fixé le fil f', afin de le détordre. Le galvanomètre est alors prêt à fonctionner.

» La sensibilité de l'appareil est très grande, car elle n'est limitée que par le petit couple naissant de la torsion des fils de cocon qui le soutiennent. Il est facile d'écrire la condition d'équilibre : Soient i l'intensité du courant, K une constante dépendant de la construction des bobines, μ le magnétisme accumulé à chaque pôle. La force due à l'action du courant est égale à $K\mu i$. Cette force agit sur un bras de levier égal à L, en désignant par L la distance entre les fils f et f'; lorsque la déviation de la paille est α, ce bras de levier est égal à $L\cos\alpha$. L'angle α demeurant très petit, on peut admettre que $\cos\alpha = 1$. Le couple dû à l'action du courant est donc égal à $K\mu i L$.

» D'autre part, la déviation étant α, la torsion des cocons f et f' varie d'un angle α; les couples résultant de cette torsion sont égaux à $\frac{C\alpha}{h}$ et $\frac{C\alpha}{h'}$. On a donc pour condition d'équilibre

$$(1)\qquad K\mu L i = C\alpha\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}\right).$$

Supposons, pour simplifier [1], que $h = h'$.

» L'équation (1) peut s'écrire

$$(2)\qquad \alpha = \frac{K\mu L h}{C} i.$$

La sensibilité de l'appareil tient d'abord à l'absence de toute force directrice due à la terre. En outre, on peut l'augmenter en disposant des fac-

(1) Cette condition est, d'ailleurs, celle qui correspond au maximum de sensibilité, car $h + h'$ a une valeur maxima déterminée par la hauteur de la potence; donc $\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}$ est minimum pour $h = h'$.

teurs μ et L; en d'autres termes, il est avantageux d'accroître μ en employant une aiguille fortement aimantée, et aussi grosse que le permet la résistance à la rupture du fil de suspension; de même, on peut disposer du facteur L en allongeant le levier de paille.

» Le maniement de l'appareil paraît assez facile; l'amortissement propre est très considérable. Je rappellerai que A.-C. Becquerel a construit jadis une balance électromagnétique formée de deux aimants suspendus à une balance ordinaire et attirés par deux bobines. Le principe est le même que celui de l'appareil décrit plus haut, mais la substitution de la balance de torsion à la balance ordinaire augmente considérablement la sensibilité de l'appareil. »

MÉCANIQUE. — *Sur les théorèmes d'Hugoniot, les lemmes de M. Hadamard et la propagation des ondes dans les fluides visqueux.* Note de M. **P. Duhem**.

« I. Supposons que S soit, à l'instant isolé t, une onde d'ordre n pour une certaine fonction U, et gardons les notations que nous avons employées dans une Note précédente ([1]).

» M. Hadamard ([2]), systématisant les indications cinématiques contenues dans les écrits d'Hugoniot, est parvenu au théorème suivant :

» *On peut définir, en tout point de la surface* S, $(n+1)$ *grandeurs* U_0, U_1, ..., U_n *au moyen desquelles s'expriment toutes les dérivées partielles d'ordre n de la fonction* V, *en chaque point de cette surface. Les relations qui donnent ces expressions sont*

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial^n V}{\partial t^n} = U_0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots, \\ \dfrac{\partial^n V}{\partial t^{(n-i)}\partial x^p \partial y^q \partial z^r} = \lambda^p \mu^q \nu^r U_i \qquad (p+q+r=i), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ \dfrac{\partial^n V}{\partial x^p \partial y^q \partial z^r} = \lambda^p \mu^q \nu^r U_n \qquad (p+q+r=n). \end{cases}$$

([1]) *Sur le théorème d'Hugoniot et quelques théorèmes analogues* (*Comptes rendus*, t. CXXXI, p. 1171; 24 décembre 1900).

([2]) Hadamard, *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. XXX, p. 50; séance du 19 décembre 1900.

» Nous nous proposons de donner des grandeurs $U_0, U_1, \ldots, U_n$, des expressions qui mettent en évidence leur caractère invariant.

» 1° *Cas où l'indice i est pair : $i = 2j$.* — Les relations (1) donnent sans peine

$$(2) \qquad \frac{\partial^{(n-i)}}{\partial t^{(n-i)}} \Delta_j V = (\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2)^j U_i = U_i.$$

» 2° *Cas où l'indice ı est impair : $i = 2j + 1$.* — Dans ce cas les égalités (1) donnent

$$\frac{\partial^{(n-i+1)}}{\partial t^{(n-i)} \partial x} \Delta_j V = \lambda(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2)^j U_i = \lambda U_i$$

et deux relations analogues qui nous permettent d'écrire

$$(3) \qquad \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^{(n-i)} \Delta_j V}{\partial t^{(n-i)}}\right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^{(n-i)} \Delta_j V}{\partial t^{(n-i)}}\right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial^{(n-i)} \Delta_j V}{\partial t^{(n-i)}}\right]^2 = U_i^2.$$

» II. M. Hadamard a encore démontré le théorème suivant :

» *S'il y a* propagation *de l'onde* S, *on a, quel que soit i,*

$$(4) \qquad (-a)^i U_i = U_0.$$

Dès lors, dans le cas où i est pair ($i = 2j$), les relations (1), (2) *et* (4) *donnent*

$$(5) \qquad a^{2j} \frac{\partial^{(n-i)}}{\partial t^{(n-i)}} \Delta_j V = \frac{\partial^n V}{\partial t^n}.$$

» *Dans le cas où i est impair ($i = 2j + 1$), les relations* (1), (3) *et* (4) *donnent*

$$(6) \quad a^{2(2j+1)} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^{(n-i)} \Delta_j V}{\partial t^{(n-i)}}\right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^{(n-i)} \Delta_j V}{\partial t^{(n-i)}}\right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial^{(n-i)} \Delta_j V}{\partial t^{(n-i)}}\right]^2 \right\} = \frac{\partial^n V}{\partial t^n}.$$

» Des formules (5) et (6), il est aisé de tirer les formules que nous avons données dans notre Note : *Sur le théorème d'Hugoniot et quelques théorèmes analogues.*

» III. Les méthodes indiquées par M. Hadamard permettent de simplifier et de compléter la théorie des ondes du second ordre par rapport aux vitesses, au sein d'un fluide visqueux. Nous nous sommes déjà occupés de cette théorie en deux Notes [1] dont nous garderons ici les notations.

---

[1] *Comptes rendus*, t. CXXXII, p. 393 et p. 607.

» Selon le premier lemme de M. Hadamard, si, à l'instant t, la surface S est une onde du second ordre pour les vitesses, il existe, en chaque point de cette surface, trois vecteurs $(\lambda_0, \mu_0, \nu_0)$, $(\lambda_1, \mu_1, \nu_1)$, $(\lambda_2, \mu_2, \nu_2)$, tels que l'on ait

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \lambda_0, & \dfrac{\partial^2 U}{\partial x\, \partial t} = \alpha\lambda_1, \quad \dfrac{\partial^2 U}{\partial y\, \partial t} = \beta\gamma_1, \quad \dfrac{\partial^2 U}{\partial z\, \partial t} = \gamma\lambda_1, \\ \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \alpha^2\lambda_2, & \dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \beta^2\lambda_2, \quad \dfrac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \gamma^2\lambda_2, \\ \dfrac{\partial^2 U}{\partial y\, \partial z} = \beta\gamma\lambda_2, & \dfrac{\partial^2 U}{\partial z\, \partial x} = \gamma\alpha\lambda_2, \quad \dfrac{\partial^2 U}{\partial x\, \partial y} = \alpha\beta\lambda_2, \end{cases}$$

et des relations analogues pour les dérivées de V et de W.

» Dès lors, l'équation

$$[\lambda(\rho, T) + \mu(\rho, T)]\frac{\partial\theta}{\partial x} + \mu(\rho, T)\Delta U = 0,$$

qui sert de fondement aux notes précitées, devient la première des égalités

$$(8)\quad \begin{cases} [\lambda(\rho, T) + \mu(\rho, T)]\alpha(\alpha\lambda_2 + \beta\mu_2 + \gamma\nu_2) + \mu(\rho, T)\lambda_2 = 0, \\ [\lambda(\rho, T) + \mu(\rho, T)]\beta(\alpha\lambda_2 + \beta\mu_2 + \gamma\nu_2) + \mu(\rho, T)\mu_2 = 0, \\ [\lambda(\rho, T) + \mu(\rho, T)]\gamma(\alpha\lambda_2 + \beta\mu_2 + \gamma\nu_2) + \mu(\rho, T)\nu_2 = 0. \end{cases}$$

» Multiplions respectivement ces égalités par α, β, γ et ajoutons les résultats membre à membre; nous trouvons

$$[\lambda(\rho, T) + 2\mu(\rho, T)](\alpha\lambda_2 + \beta\mu_2 + \gamma\nu_2) = 0,$$

ou bien, comme $[\lambda(\rho, T) + 2\mu(\rho, T)]$ est essentiellement positif,

$$\alpha\lambda_2 + \beta\mu_2 + \gamma\nu_2 = 0.$$

» Si l'on reporte ce résultat dans les égalités (8), en observant que $\mu(\rho, T)$ est essentiellement positif, on trouve

$$(9)\quad \lambda_2 = 0, \quad \mu_2 = 0, \quad \nu_2 = 0.$$

» Le second lemme de M. Hadamard nous apprend que, pour que l'onde se propage, il faut que l'on ait

$$\begin{aligned} a\lambda_1 + \lambda_0 &= 0, & a\mu_1 + \mu_0 &= 0, & a\nu_1 + \nu_0 &= 0, \\ a\lambda_2 + \lambda_1 &= 0, & a\mu_2 + \mu_1 &= 0, & a\nu_2 + \nu_1 &= 0. \end{aligned}$$

» Les égalités (9) donnent alors

$$(10)\quad \begin{cases} \lambda_1 = 0, & \mu_1 = 0, & \nu_1 = 0, \\ \lambda_0 = 0, & \mu_0 = 0, & \nu_0 = 0. \end{cases}$$

» Les trois vecteurs de M. Hadamard sont donc nuls, en sorte qu'*un fluide visqueux ne peut propager aucune onde du second ordre par rapport aux vitesses*.

» Il suffit de différentier un certain nombre de fois les équations du mouvement et de reprendre la même démonstration pour prouver que cette impossibilité s'étend aux ondes d'ordre quelconque supérieur à 2.

» IV. *Une onde* du premier ordre *par rapport aux vitesses ne saurait exister dans un fluide visqueux*. Dans ce cas, en effet, il existerait en chaque point de cette onde un vecteur (l, m, n) tel que

$$(11) \qquad \frac{\partial U}{\partial x} = \alpha l, \qquad \frac{\partial U}{\partial y} = \beta l, \qquad \frac{\partial U}{\partial z} = \gamma l, \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = \alpha m, \ldots.$$

» La surface serait une surface de discontinuité pour les six quantités $\nu_x, \nu_y, \nu_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z$.

$$(12) \qquad \begin{cases} \nu_x = -\lambda(\rho, T)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - 2\mu(\rho, T)\frac{\partial u}{\partial x}, \\ \tau_x = -\mu(\rho, T)\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right). \end{cases}$$

» Mais on démontre sans peine que les trois composantes de la pression de viscosité doivent demeurer continues lorsqu'on traverse cette surface. Moyennant les égalités (11) et (12), on obtient ainsi trois égalités, dont la première est

$$(13) \quad (\lambda + 2\mu)\alpha(\alpha l + \beta m + \gamma n) + \mu[\beta(\beta l - \alpha m) + \gamma(\gamma l - \alpha n)] = 0.$$

» Si l'on ajoute ces équations respectivement multipliées par α, β, γ, en observant que $[\lambda(\rho, T) + 2\mu(\rho, T)]$ est positif, on trouve

$$(14) \qquad \alpha l + \beta m + \gamma n = 0.$$

» Ce résultat, reporté dans les égalités (13), où $\mu(\rho, T)$ est essentiellement positif, donne les égalités

$$\beta(\beta l - \alpha m) + \gamma(\gamma l - \alpha n) = 0, \ldots,$$

qui peuvent s'écrire

$$l - \alpha(\alpha l + \beta m + \gamma n) = 0, \ldots.$$

ou bien, en vertu de l'égalité (14),

$$(15) \qquad l = 0, \qquad m = 0, \qquad n = 0.$$

S'il y a propagation, on a

$$\frac{\partial U}{\partial t} + al = 0, \qquad \frac{\partial V}{\partial t} + am = 0, \qquad \frac{\partial W}{\partial t} + an = 0.$$

Les égalités (15) donnent donc

$$(16) \qquad \frac{\partial U}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial V}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial W}{\partial t} = 0.$$

Les égalités (11), (15), (16) démontrent le théorème énoncé.

» Ainsi, *quel que soit l'ordre d'une onde, elle ne peut se propager au sein d'un fluide visqueux.* »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de diverses Commissions.

Le dépouillement des scrutins donne les résultats suivants :

Commission chargée de juger le concours du prix Petit d'Ormoy (Sciences mathématiques), pour 1901. — MM. Appell, Picard, Poincaré, Darboux, Maurice Levy.

Commission chargée de juger le concours du prix Petit d'Ormoy (Sciences naturelles), pour 1901. — MM. Van Tieghem, Fouqué, Perrier, Giard, de Lacaze-Duthiers.

Commission chargée de juger le concours du prix du Baron de Joest pour 1901. — MM. Berthelot, Bouquet de la Grye, Darboux, Fouqué, Maurice Levy.

Commission chargée de juger le concours du prix Saintour pour 1901. — MM. Darboux, Berthelot, Poincaré, Bouquet de la Grye, Fouqué.

Commission chargée de juger le concours du prix Gegner pour 1901. — MM. Darboux, Berthelot, Mascart, Fouqué, Poincaré.

Commission chargée de juger le concours du prix Trémont pour 1901. — MM. Haton de la Goupillière, Sarrau, Berthelot, Maurice Levy, Léauté.

Commission chargée de présenter une question de Grand prix des Sciences physiques, pour l'année 1903. — MM. Van Tieghem, Fouqué, Duclaux, Berthelot, Cornu.

Commission chargée de présenter une question de prix Bordin (Sciences physiques) pour l'année 1903. — MM. Mascart, Lippmann, Cornu, Becquerel, Berthelot.

Commission chargée de présenter une question de prix Gay (Géographie physique) pour l'année 1903. — MM. Grandidier, Bouquet de la Grye, de Lapparent, Bassot, Hatt.

Commission chargée de présenter une question de prix Pourrat (Physiologie) pour l'année 1903. — MM. Marey, d'Arsonval, Chauveau, Perrier, Filhol.

Commission chargée de présenter une question de prix Fourneyron (Mécanique) pour l'année 1903. — MM. Sarrau, Boussinesq, Maurice Levy, Léauté, Sébert.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Barril** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : « Sécurité de la circulation des trains. Impulseur électrique ».

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie la perte qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Henry Rowland*, Correspondant pour la Section de Physique, décédé à Baltimore, le 16 avril 1901.

MM. **Davidson**, **Oudemans**, nommés Correspondants pour la Section de Géographie et Navigation, et M. **Zeuner**, nommé Correspondant pour la Section de Mécanique, adressent des remercîments à l'Académie.

MM. **Charrin**, **Cornil**, **Lancereaux** prient l'Académie de vouloir bien les comprendre parmi les candidats à la place devenue vacante dans la Section de Médecine et Chirurgie par le décès de M. *Potain*.

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Ouvrage de M. *Laussedat* intitulé : « Recherches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographique ». Tome II, Première Partie : « Iconométrie et Métrophotographie ».

2° Un Ouvrage ayant pour titre : « The Norvegian north polar expedition (1893-1896). Scientific results », edited by *Fridtjof Nansen*, 2e Volume. (Présenté par le prince de Monaco.)

3° La deuxième série des « Matériaux d'étude topologique pour l'Algérie et la Tunisie ». (Extrait des « Cahiers du Service géographique de l'Armée ».)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales réelles des équations différentielles du premier ordre dans le voisinage d'un point singulier.* Note de M. **Henri Dulac**, présentée par M. Painlevé.

« Je me propose d'étudier, dans le domaine réel entourant le point $x = y = 0$, les caractéristiques de l'équation différentielle

$$f(x, y, y') = 0, \tag{1}$$

où f désigne un polynome en y' dont les coefficients sont des fonctions holomorphes pour $x = y = 0$.

» On sait que par un point, pris au hasard dans le domaine considéré, il ne passe que des intégrales algébroïdes. Il n'y a exception que pour certains points isolés. C'est à ces derniers points que, dans ce qui suit, je réserve le nom de *points singuliers*. La méthode s'applique aussi bien à l'étude d'un point ordinaire qu'à l'étude d'un point présentant pour la fonction $y'(x, y)$ une singularité quelconque : non-uniformité, indétermination.

» *Recherche d'une catégorie d'intégrales.* — Je cherche les intégrales pouvant être exprimées au moyen des formules

$$x = \varphi(z, v), \qquad y = \psi(z, v), \tag{2}$$

φ et ψ étant des polynomes nuls pour $z = 0$; v étant une fonction de z qui tend vers 0 avec z et satisfait à une équation

$$z^n \frac{dv}{dz} = v(\alpha + \ldots) + z(\beta + \ldots), \tag{3}$$

où α n'est pas nul. Je puis, sans restreindre le problème, assujettir φ et ψ à contenir z en facteur; c'est ce que je ferai afin de pouvoir établir la notion d'intégrale *isolée*. Le problème est encore indéterminé; on peut en profiter pour donner à φ et ψ des formes très simples. Je détermine, au moyen de calculs algébriques, les polynomes φ et ψ et ensuite autant de coefficients que je veux de (3).

» Les intégrales d'une équation (3) autres que $z=0$ fournissent des intégrales de (1). Pour les étudier, je distingue différents cas :

» 1° $n=0$. — C'est un cas particulier. L'équation (3) fournit pour (1) une infinité d'intégrales algébroïdes dépendant d'une constante;

» 2° $n=1$. — C'est le cas général. Si α est négatif, il y a une seule intégrale. Si α est positif, il y a une infinité d'intégrales développées suivant les puissances de z et Cz^α, C étant une constante. Si α est un entier ou l'inverse d'un entier, on peut toujours être ramené au cas où α est entier; les intégrales sont développées suivant les puissances de z et $Cz\log z$;

» 3° $n>1$. — Il y a toujours une intégrale tendant vers 0 avec z. Il y en a ou non une infinité d'autres suivant que αz^{n-1} est positif ou négatif. Ce dernier résultat a déjà été donné par M. J. Bendixson. J'ajoute que l'on peut trouver une courbe algébrique ayant avec les intégrales fournies par (3) un contact d'ordre aussi élevé que l'on veut.

» Les intégrales dont il vient d'être question seront dites *de première catégorie*. Je compterai parmi elles les intégrales *singulières multiples*, s'il en existe, mais non les intégrales singulières ordinaires.

» Si une équation (3) ne fournit qu'une intégrale, celle-ci sera dite *intégrale isolée*, de même qu'une intégrale singulière multiple.

» *Étude des autres intégrales*. — Je vais étudier les intégrales correspondant aux diverses déterminations de y'. Je considère, dans le plan réel x, y, un cercle n'ayant à son intérieur d'autre point singulier que, peut-être, l'origine.

» I. *La détermination de y' que l'on considère est une fonction uniforme tout le long de ce cercle.* — 1° *S'il y a des intégrales de première catégorie correspondant à cette détermination*, il n'y a pas d'autres intégrales passant par l'origine. Les intégrales isolées divisent le voisinage de l'origine en régions. Si l'une de ces régions ne contient pas d'intégrales de première catégorie, les caractéristiques qui y passent présentent la disposition de branches de courbes asymptotes aux intégrales isolées. Dans le cas contraire, toutes les intégrales de la région passent par l'origine.

» 2° *Il n'y a pas d'intégrales de première catégorie.* — Les caractéristiques sont des spirales ou des cycles entourant l'origine. Pour qu'il y ait des cycles, il faut qu'une infinité de conditions soient remplies, mais ces conditions ne paraissent pas, en général, susceptibles d'être exprimées algébriquement.

» II. *La détermination de y' considérée n'est pas uniforme.* — Soit $R(x, y) = 0$ la condition qui doit être satisfaite pour que deux valeurs de y' soient égales. La détermination y'_1 considérée deviendra, pour un point de la courbe R, égale à une autre détermination y'_2, qui elle-même pourra devenir égale à y'_3, etc. Nous aurons ainsi r valeurs de y' se permutant. Les caractéristiques correspondant à ces déterminations pourront présenter différents arcs séparés ou non par un point de rebroussement, suivant que la branche de la courbe $R = 0$ qu'elles atteignent n'est pas ou est une intégrale singulière.

» 1° *A ces déterminations de y' correspondent des intégrales de première catégorie.* — Si l'on suit une caractéristique, les r déterminations de y' ne se permutent pas indéfiniment. Les caractéristiques, après avoir décrit différents arcs autour de l'origine, finiront par être analogues aux intégrales de I. Les résultats de 1° sont valables.

» 2° *Il n'y a pas d'intégrales de première catégorie correspondant à ces déterminations.* — Les r déterminations se permutent indéfiniment. Les caractéristiques sont composées d'arcs dirigés tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. En général, si l'on parcourt une caractéristique dans un sens convenable, on tend vers l'origine, mais il peut se faire qu'on revienne au point de départ et qu'on ait un cycle. Suivant que r est impair ou pair, le rayon vecteur qui va de l'origine aux points de la caractéristique parcourt tout le plan ou n'en parcourt qu'un secteur.

» Il peut exister une branche de R tout le long de laquelle q déterminations de y' deviennent égales et se permutent, dans le domaine complexe. Si q est impair, une seule de ces déterminations étant réelle, on peut la considérer comme une fonction uniforme dans le domaine réel voisin de R. Si q est pair, on sera dans le cas II.

» Pour distinguer dans lequel des cas 1° et 2° de I et II on se trouve, je pose $x = \rho \cos\omega$, $y = \rho \sin\omega$; l'équation (1) devient $\varphi(\rho, \omega, \rho') = 0$, et je construis la courbe $\varphi(0, \omega, \rho')$, ω et ρ' étant regardées comme les coordonnées d'un point.

» Les résultats obtenus permettent d'étudier les caractéristiques de (1) dans une région plus ou moins étendue du plan, lorsque f est, par

exemple, un polynome en x et y. En particulier, on peut, si l'une des déterminations y' devient infinie pour $x = 0$ et y quelconque, décider si une caractéristique correspondante tend ou non vers une limite lorsque x tend vers zéro. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines relations involutives.* Note de M. **Maurice Lelieuvre**, présentée par M. Painlevé.

« Cette Note se rapporte aux relations entières et symétriques (ou *involutives*) par rapport à p variables $x, y, \ldots, t$, relations qui se rencontrent dans certains problèmes de Géométrie et qui sont caractérisées par la propriété d'être vérifiées par tout groupe de p quelconques des m racines d'un polynome entier $f(x)$; j'appellerai *ordre* de la relation son degré par rapport à chaque variable et je dirai que le polynome $f(x)$ *y satisfait*.

» I. Soit d'abord le cas simple d'une relation $R(x, y) = 0$ d'ordre q entre deux racines x et y ($q \geqq m - 1$). On peut, en divisant $R(x, y)$ successivement par $f(x)$ et $f(y)$, remplacer la relation par une autre $S(x, y) = 0$, d'ordre $m - 1$; soit alors a une racine quelconque de $f(x)$: les deux polynomes $S(x, a)$ et $\frac{f(x)}{x - a}$ doivent avoir les mêmes racines et leur quotient $\varphi(a)$ est entier en a; alors les polynomes $(x - y)\,S(x, y) - f(x)\,\varphi(y)$ et $f(y)$ ont, quel que soit x, les mêmes racines en y; en partant de là et en tenant compte de la symétrie de $R(x, y)$, on arrive immédiatement à la formule

$$(1) \qquad S(x, y) \equiv \frac{f(x)\,\varphi(y) - f(y)\,\varphi(x)}{x - y},$$

dans laquelle $\varphi(x)$ est un polynome entier de degré $m - 1$. Si l'on revient alors à $R(x, y) = 0$, on voit qu'elle peut se mettre sous la forme

$$(2) \qquad R(x, y) \equiv \frac{f(x)\,\Phi(x, y) - f(y)\,\Phi(y, x)}{x - y},$$

$\Phi(x, y)$ étant un polynome entier de degré $q - m + 1$ en x et $q + 1$ en y.

» Considérons particulièrement la relation (1) et cherchons tous les polynomes $F(x)$ de degré m qui y satisfont : si a est une racine d'un tel polynome, il peut s'écrire

$$F(x) \equiv (x - a)\,S(x, a) \equiv f(x)\,\varphi(a) - f(a)\,\varphi(x).$$

» Donc, il appartient au faisceau linéaire $\lambda f(x) + \mu\,\varphi(x)$, et, réciproquement, il est manifeste que tout polynome de ce faisceau satisfait à la relation (1) : *ainsi tous les polynomes de degré m qui satisfont à la relation* (1) *sont en involution.*

» On aperçoit immédiatement l'application de ce théorème aux polygones de Poncelet : s'il existe un polygone proprement dit de m côtés inscrit dans une conique C et circonscrit à une autre, un des sommets du polygone détermine les $m-1$ autres d'une manière unique : donc, entre les paramètres fixant individuellement sur C deux sommets quelconques doit exister une relation de la forme (1) : par suite, *il y a une infinité de tels polygones dont les sommets forment sur* C *une involution d'ordre m* ([1]).

» II. La recherche d'un polynome $f(x)$ de degré donné qui satisfait à une relation involutive (2) dépend des équations qui lient les coefficients du polynome et ceux de la relation : elles résultent de l'élimination des coefficients du polynome $\Phi(x, y)$ entre des équations qui les renferment linéairement; la question, très simple dans le cas particulier de la forme (1), est assez compliquée en général. Dans tous les cas, si l'on désigne par A_{pq} le coefficient du déterminant $(x^p y^q)$ dans le produit $(x-y)R(x, y)$, les quantités $T = A_{pq}A_{rs} + A_{qr}A_{ps} + A_{rp}A_{qs}$ jouent dans le problème un rôle fondamental : *elles sont toutes nulles dans le cas de la relation* (1). Si cela a lieu pour la relation (2), elle prend la forme (1), $Q(x, y)$ se décomposant en un produit de deux fonctions entières, l'une de x, l'autre de y, et *il y a une infinité de polynomes* $F(x)$ *qui y satisfont et qui sont les diviseurs de degré m des polynomes de degré* $q+1$ *d'un faisceau linéaire* $\lambda P(x) + \mu Q(x)$: c'est un cas étendu où une infinité de polynomes de degré m satisfont à la relation, mais ce n'est pas toujours le seul.

» Par exemple, s'il existe un tétraèdre inscrit dans une cubique gauche Γ et conjugué par rapport à une quadrique φ, il y en a une infinité dont les sommets forment sur Γ une involution du quatrième ordre; il y a, en général, seulement deux triangles inscrits dans Γ et conjugués par rapport

---

([1]) Par une méthode toute différente, M. Darboux (*Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques*. Note II, *Sur les polygones de Poncelet*, p. 183) est arrivé à la forme (1) de la relation entre les paramètres de deux sommets (ou côtés) et en a déduit le théorème de Poncelet. Voir aussi une observation de M. Humbert (*Bull. Soc. math.*, p. 69; 1899) et des vérifications de MM. Bricard (*Bull. Soc. math.*, p. 96; 1898) et Lelieuvre (*Enseignement mathématique*, mars 1901).

à φ : en *supposant irréductible la relation involutive correspondante,* il n'y en a une infinité que si cette relation prend la forme (1) : les triangles sont alors les faces des tétraèdres précédents; l'équation aux paramètres sur la cubique des sommets de chaque triangle dépend d'une arbitraire au troisième degré. Pour qu'il existe un tétraèdre inscrit dans Γ et dont les arêtes soient tangentes à φ, deux relations de condition sont nécessaires : il ne peut y en avoir une infinité que si la relation involutive correspondante, supposée toujours irréductible, est de la forme (1) : les sommets de chaque tétraèdre appartiennent alors à une involution du cinquième ordre tracée sur Γ, et l'équation aux paramètres de ces sommets dépend d'une arbitraire au quatrième degré : dans ce cas, il y aura une infinité de triangles inscrits dans Γ et circonscrits à φ; mais cela peut arriver autrement, par exemple si φ est un cône, auquel cas tout plan tangent à ce cône coupe Γ aux sommets d'un triangle qui répond à la question.

» III. On peut étendre la méthode aux relations renfermant plus de deux racines. Soit, par exemple, une relation d'ordre $m-2$ entre trois racines; par un raisonnement analogue à celui du paragraphe I, on arrive à la forme suivante de la relation :

$$\mathrm{R}(x, y, z) \equiv \frac{(y-z)f(x)\varphi(y, z) + (z-x)f(y)\varphi(z, x) + (x-y)f(z)\varphi(x, y)}{(y-z)(z-x)(x-y)}$$

dans laquelle $\varphi(x, y)$ désigne une fonction *symétrique* entière de x et y, *d'ordre* $m-2$.

» Les relations entre les coefficients d'un polynome $f(x)$ satisfaisant à la relation et les coefficients A_{pqr} des déterminants $(x^p y^q z^r)$ dans le produit $(y-z)(z-x)(z-y)\mathrm{R}(x, y, z)$ s'obtiennent à l'aide des coefficients B_{pq} des déterminants $(x^p y^q)$ dans le produit $(x-y)\varphi(x, y)$: on démontre qu'*il ne peut y avoir une infinité de polynomes* $f(x)$ de degré m *satisfaisant à la relation que si ce produit est réductible à la forme alternée* $\psi(x)\chi(y)-\psi(y)\chi(x)$; *alors les polynomes cherchés sont ceux d'un réseau linéaire* $\lambda f(x)+\mu\psi(x)+\nu\chi(x)$.

» Par exemple, il y a généralement un seul tétraèdre inscrit dans une cubique gauche et circonscrit à une quadrique; dès qu'il y en a plus d'un, il y en a une infinité, dont les sommets forment sur la cubique une involution du quatrième ordre *à deux paramètres*, ou de *seconde espèce.* »

BALISTIQUE. — *Sur un problème de d'Alembert.* Note de M. F. SIACCI.

« Pour que les équations du mouvement d'un projectile dans un milieu résistant se ramènent aux quadratures, la résistance étant supposée directement contraire à la vitesse et fonction de la seule vitesse, il faut intégrer l'équation

$$(1) \qquad du\cos\theta - u(\rho + \sin\theta)\,d\theta = 0,$$

où u est la vitesse, θ l'angle qu'elle fait avec l'horizon, ρ le rapport de la résistance au poids du projectile. D'Alembert chercha des formes de la fonction ρ permettant cette intégration, et il en trouva quatre :

$$\rho = a + bu^n, \qquad \rho = a + b\log u,$$
$$\rho = au^n + \mathrm{R} + bu^{-n}, \qquad \rho = a(\log u)^2 + \mathrm{R}\log u + b,$$

avec deux ou trois constantes chacune, car dans les deux dernières formules les quantités a, b, R, n et a, b, R sont respectivement liées par une équation. Avant d'Alembert on ne connaissait que le seul cas $\rho = au^n$ résolu par Jean Bernoulli. D'Alembert après avoir indiqué ces cas ajoute : « Je ne prétends pas, au reste, qu'il n'y ait que ces seuls cas où la trajec- » toire soit constructible; mais je laisse à ceux qui aiment ces sortes de » calculs à pousser plus loin leurs recherches là-dessus ». (D'ALEMBERT, *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, Paris, p. 359; 1744.)

» L'appel est resté sans réponse, que je sache. Le problème de d'Alembert pourtant ne manque pas d'intérêt, même au point de vue pratique. Si l'on connaissait bon nombre de fonctions ρ contenant plusieurs constantes arbitraires et permettant l'intégration de (1), on pourrait espérer d'y trouver une fonction ρ s'accordant avec la résistance donnée par les expériences. La fonction $a + bu$, par exemple, qui rentre dans les cas de d'Alembert, représente une loi de la résistance de l'air, signalée récemment par M. le colonel Chapel (*Comptes rendus* du 10 décembre 1894); mais la loi de Chapel ne vaut que pour les hautes vitesses. Le problème de d'Alembert d'ailleurs fait abstraction des conditions pratiques, et comme problème d'analyse, il pourrait bien appeler l'attention des géomètres.

» En attendant, je donne ici quelques nouveaux cas d'intégrabilité. Trois des nouvelles fonctions ρ contiennent quatre constantes arbitraires, et deux de ces fonctions dérivent de l'intégration d'une équation de Riccati, un peu plus générale que l'ordinaire.

» Soit $\mu = a\int \rho\,du - au\sin\theta - b\int \frac{d\theta}{\cos\theta}$, et multiplions (1) par $e^{\mu}(u\cos\theta)^{-n}$; a, b, n sont des constantes. On trouve que ce multiplicateur est un facteur intégrant de (1), si ρ vérifie l'équation

$$(2) \qquad \frac{d(\rho u^{1-n})}{du} + au^{1-n}(\rho^2 - 1) = bu^{-n}\ldots.$$

» Si l'on fait $a = 0$, on a de suite les deux premières formules de d'Alembert, suivant que $n \gtrless 1$, ou $n = 1$. Dans le cas général, en posant $n = \frac{1}{q}$, $au = \frac{x^q}{q}$, $\rho = yx^{1-q}$, on a l'équation

$$(2)' \qquad \frac{dy}{dx} + y^2 = x^{2q-2} + bqx^{q-2}\ldots,$$

un peu plus générale que l'équation ordinaire de Riccati ($b = 0$), qu'on sait intégrer au moyen de fonctions algébriques et exponentielles lorsque $q = 0$, ou $\frac{1}{q}$ est un nombre impair positif ou négatif. Mais on peut aussi intégrer l'équation (2) ou (2)', au moyen des mêmes fonctions, lorsque, h et k étant deux nombres entiers et positifs (zéro compris), on a $b = h - k$, $\frac{1}{q} = n = \pm(1 + h + k)$ (¹). Posons

$$F(s, t, u) = 1 + \sum_{i=1} \frac{s(s-1)(s-2)\ldots(s-i+1)}{(s+t)(s+t-1)\ldots(s+t-i+1)}\,\frac{(2au)^i}{1.2\ldots i},$$

avec ces conditions : 1° que pour $s + t = 0$, ainsi que pour $s = 0$, soit $F = 1$; 2° que si $s + t$ est entier et positif, s soit aussi entier et positif et, dans ce cas, le développement de F s'arrête au terme où $i = s$. Cela posé, l'intégrale de (2) s'obtient en dérivant logarithmiquement par rapport à u l'une ou l'autre des équations suivantes :

$$\text{(I)} \qquad e^{a\int\rho du} = e^{au}F(h, k, -u) + Ce^{-au}F(k, h, u) \quad (b = h - k, n = 1 + h + k);$$

$$\text{(II)} \quad (au)^{-n}e^{a\int\rho du} = e^{au}F(h, k, -u) + Ce^{-au}F(k, h, u) \quad (b = h - k, n = -1 - h - k);$$

C est une constante arbitraire. Si h et k sont entiers et positifs, les fonctions F sont des polynomes finis. Si b et n ne sont pas compatibles avec h et k entiers et positifs (zéro compris), on aura des séries convergentes, quel que soit u, en prenant (II) lorsque n est positif et en prenant (I) lorsque n est négatif. De cette manière, $h + k$ est toujours négatif, et le dénominateur en F ne s'annule jamais.

(¹) Siacci, *Sulla integrazione di una equazione differenziale, e sull' equazione di Riccati* (*Rendiconti della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli*, aprile 1901).

» On peut avoir d'autres cas d'intégrabilité en donnant d'autres formes au facteur intégrant. Si l'on multiplie (1) par

$$M = (u\cos\theta)^{-1}(1+\sin\theta)^{-\alpha}(1-\sin\theta)^{-\beta}[\lambda(1+\sin\theta)+\mu(1-\sin\theta)]^p,$$

où α, β, p sont des constantes et λ et μ des fonctions inconnues de u, on trouve que M est un facteur intégrant de (1), si λ, μ, ρ vérifient ces équations

$$u\,d[(\rho+1)\lambda^p] = 2\beta\lambda^p\,du, \qquad u\,d[(\rho-1)\mu^p] = 2\alpha\mu^p\,du,$$
$$\lambda-\mu = k u^{\frac{p-\alpha+\beta}{p}},$$

k étant une constante. Les deux intégrations s'exécuteut sans difficulté : 1° lorsque $\alpha=\beta=0$; 2° lorsque $p=1$ et l'on annule la constante de la première intégration; 3° lorsque $\beta=0$, $p=\alpha$; 4° lorsque $\alpha=0$, $p=-\beta$. On trouve dans ces cas :

$$\text{(III)} \qquad u = a(\rho+1)^c + b(\rho-1)^c,$$

$$\text{(IV)} \qquad cu = (\rho+1+2a)^a(\rho-1-2b)^b[(a+b+2)\rho+a-b],$$

$$\text{(V)} \qquad Cu = \frac{e^{\frac{c}{2}\int\frac{d\rho}{1+a(\rho-1)^c}}}{1+\alpha(\rho-1)^c},$$

$$\text{(VI)} \qquad Cu = \frac{e^{-\frac{c}{2}\int\frac{d\rho}{1+b(\rho+1)^c}}}{1+b(\rho+1)^c},$$

a, b, c, C étant des constantes arbitraires liées, ou non, avec les arbitraires α, β, p, k.

» Si l'on donne au facteur intégrant l'une ou l'autre de ces formes

$$\frac{(f+g\sin\theta+h\sin^2\theta)^{\frac{1}{2}}}{u\cos\theta}, \qquad \frac{1}{u\cos\theta}\left(\frac{f+g\sin\theta}{1+h\sin\theta}\right)^{\frac{1}{c}},$$

f, g, h étant des fonctions inconnues de u, on trouve des équations différentielles qui s'intègrent facilement. On détermine de cette manière f, g, h, et l'on obtient pour ρ les équations suivantes :

$$\text{(VII)} \qquad \frac{\alpha}{(\rho+1)^2}+\frac{b}{(\rho-1)^2} = u^2\rho + cu,$$

$$\text{(VIII)} \qquad \log\int u\,d\rho = \frac{c}{2}\int\frac{d\rho}{1+a(\rho-1)^c} - \frac{c}{2}\int\frac{d\rho}{1+b(\rho+1)^c} + \text{C}.$$

» La dernière formule donne u en fonction de ρ, avec un nombre fini de termes lorsque c est rationnel, et contient quatre constantes arbitraires, comme (I) et (II). Elle contient aussi, comme cas particuliers, les formules (V) et (VI).

» On peut avoir encore un cas d'intégrabilité de (1) en prenant pour facteur intégrant $e^{\mu}(u\cos\theta)^{-1}$ avec

$$\mu = \left(a\int \rho\, du - au\sin\theta\right)^2 + 2a^2 \int u\, du(\rho^2 - 1).$$

La fonction ρ s'obtient au moyen d'une équation du second ordre qu'on intègre facilement. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une expérience d'oscillation électrique.* Note de M. **H. Pellat**, présentée par M. Lippmann.

« J'ai l'honneur de signaler à l'Académie une expérience dont le résultat paraît paradoxal au premier abord, mais qui s'explique très facilement par les oscillations électriques.

» Deux condensateurs de capacité très inégale (une batterie de six grandes jarres et une petite bouteille de Leyde, par exemple) ont leurs armatures respectivement en communication par un inverseur qui permet d'alterner les communications. Celui-ci est monté sur colonnes d'ébonite de façon à pouvoir opérer avec des potentiels élevés. Toutes les armatures des condensateurs, ou trois d'entre elles, au moins, sont isolées. Deux tiges de décharges sont placées près du petit condensateur et permettent à l'étincelle d'éclater quand la différence de potentiel des armatures devient suffisante.

» Si l'on vient à charger les condensateurs de façon à leur donner la moitié seulement de la charge nécessaire à la production de l'étincelle, ou même un peu moins, et qu'on vienne ensuite à intervertir les communications des armatures en faisant jouer l'inverseur, l'étincelle éclate entre les tiges de décharges.

» Or remarquons que, si l'étincelle n'éclatait pas, après l'inversion et l'état d'équilibre atteint, la différence de potentiel des armatures aurait diminué, puisque l'inversion fait communiquer l'armature positive de l'un des condensateurs avec l'armature négative de l'autre et *vice versa*. Malgré cela, la différence de potentiel des armatures du petit condensateur a plus que doublé à un certain moment, par suite des oscillations électriques, puisque l'étincelle éclate.

» La théorie classique des oscillations électriques rend compte parfaitement de toutes les particularités du phénomène. Les calculs, que je

publierai dans un prochain Mémoire, sont plus compliqués que dans la décharge d'un condensateur, mais n'offrent pas de difficultés. On les abrège en négligeant des quantités très petites qui ne donneraient que des termes inobservables dans l'expérience.

» On trouve ainsi pour la différence de potentiel maximum V_m pendant l'oscillation, en appelant V_o la différence du potentiel avant l'inversion et C et c les capacités du grand et du petit condensateur, la relation très simple

$$(1) \qquad V_m = V_o \frac{3C - c}{C + c}.$$

» La différence de potentiel maximum W_m entre deux points du circuit tels que, en passant de l'un à l'autre par le petit condensateur, le coefficient de self-induction soit L′, en appelant L le coefficient de self-induction de tout le circuit, est donnée par

$$(2) \qquad \frac{W_m}{V_o} = \frac{C - c}{C + c} + \frac{2C}{C + c}\left(l - \frac{L'}{L}\frac{C + c}{C}\right).$$

» Sur les deux fils parallèles qui réunissent les armatures, il y a un nœud, c'est-à-dire qu'entre deux points particuliers se faisant face la différence de potentiel reste constante pendant l'oscillation, étant de sens inverse au même moment de part et d'autre du nœud. On a pour la position de celui-ci

$$(3) \qquad \frac{L'}{L} = \frac{C}{C + c}.$$

Le rapport des coefficients de self-induction L′ et L étant sensiblement le même que celui des distances au petit condensateur du nœud et du grand condensateur, on voit que, si les capacités sont égales, le nœud est au milieu, mais qu'il est plus près du grand condensateur si les capacités sont inégales.

» La relation (1) montre que la différence de potentiel maximum entre les armatures du petit condensateur tend vers 3 fois la différence de potentiel initiale, quand le rapport des deux capacités tend vers zéro.

» J'ai vérifié expérimentalement l'exactitude de la relation (1).

» Les différences de potentiel étaient mesurées par un électromètre de MM. Bichat et Blondlot; on déterminait la différence de potentiel nécessaire pour avoir la décharge sans inversion, puis la plus petite des différences qui amenaient l'explosion après inversion. Les tiges de décharges étaient placées aussi près que possible des armatures

du petit condensateur, de façon à avoir sensiblement l'explosion correspondant à la différence de potentiel de celui-ci. J'ai trouvé ainsi pour le rapport $\frac{Vm}{V_0}$ le nombre 2,4 comme moyenne des expériences, tandis que la relation (1) donnait, d'après la connaissance des capacités, le nombre 2,8. La concordance paraîtra très satisfaisante, si l'on songe aux irrégularités des expériences où l'on mesure une différence de potentiel explosive.

» La connaissance de ce phénomène n'est pas sans intérêt pratique, car on voit que l'inversion des communications peut amener la rupture de l'isolant du petit condensateur, ou produire des différences de potentiel dangereuses. »

MAGNÉTISME. — *Perméabilité des aciers au nickel dans des champs intenses.* Note de M. René Paillot, présentée par M. G. Lippmann.

« J'ai employé la méthode de l'*isthme*.

» Des pièces polaires tronconiques, ayant 60°30′ pour demi-angle d'ouverture, étaient adaptées aux deux branches de l'électro-aimant de M. du Bois et donnaient un champ uniforme dans un entrefer de $0^{cm},33$ de longueur et $0^{cm},6$ de diamètre.

» Les aciers au nickel étaient sous forme de barreaux de $0^{cm},32$ de diamètre; leurs extrémités étaient soigneusement dressées, et leur longueur telle qu'ils entraient à frottement dur entre les surfaces polaires. On enroulait autour de ces barreaux cinq tours de fil de cuivre recouvert de soie et relié à un galvanomètre balistique. Les barreaux étaient maintenus entre deux lames de laiton, réunies par des vis, présentant deux trous en regard laissant passer les extrémités des barreaux et une petite cavité où logeaient les spires du fil de cuivre.

» Une pièce de bronze formée de deux anneaux réunis par trois entretoises servait à maintenir constante la distance des surfaces polaires en même temps qu'à guider la double lame de laiton, de manière à introduire toujours le barreau à étudier au même endroit du champ. On pouvait, en outre, avec ce dispositif, substituer facilement les barreaux d'acier les uns aux autres.

» Ces barreaux étaient retirés brusquement hors du champ. Les inductions et les champs magnétiques correspondants étaient comparés au champ créé à l'intérieur d'une longue bobine de dimensions déterminées par un courant d'intensité connue.

» Le galvanomètre balistique était situé à une distance de 50 mètres de l'électro-aimant. Un inverseur de courants permettait de faire les lectures de part et d'autre de la position d'équilibre de l'image lumineuse de manière à se mettre à l'abri des variations possibles du zéro. J'ai pris, en général, la moyenne de quatre lectures.

» Des expériences préliminaires effectuées sur quelques échantillons de

fer doux et d'acier ordinaire m'ont donné des nombres très voisins de ceux d'Ewing et Low [1].

» Voici quelques-uns des résultats que j'ai obtenus avec des aciers au nickel qui m'ont été obligeamment envoyés par M. Ch.-Éd. Guillaume :

» I. *Acier irréversible* contenant 24,1 pour 100 de nickel et 0,3 pour 100 de carbone. (Température moyenne pendant l'expérience : 15°.)

B.	H.	μ.
20462	20050	1,020
27205	25910	1,049
29309	28182	1,040
30975	29471	1,051
32597	30098	1,083

» Ce tableau montre que la perméabilité augmente sensiblement dans des champs intenses [2].

» II. *Aciers réversibles* contenant l'un 26 pour 100, l'autre 27,2 pour 100 de nickel.

» La perméabilité atteint la valeur de 1,19 pour un champ voisin de 4000 unités C.G.S. Elle reste pratiquement constante jusqu'à H = 30000 unités C.G.S.

» III. Aciers renfermant, avec le nickel, de petites quantités de chrome ou de manganèse.

» Les nombres obtenus montrent que la perméabilité diminue régulièrement lorsque le champ augmente.

» Voici les valeurs de B, H et μ pour les champs minima et maxima que j'ai employés :

	B.	H.	μ.
Acier à 27,2 p. 100 de nickel et 1,48 p. 100 de chrome....	8834	5356	1,64
	37766	30704	1,23
Acier à 29,1 p. 100 de nickel et 1,4 p. 100 de chrome.....	10693	3427	3,12
	40756	30643	1,33
Acier à 30,4 p. 100 de nickel et 1,3 p. 100 de chrome.....	5613	3530	1,59
	40279	30748	1,31
Acier à 41,7 p. 100 de nickel et 1,3 p. 100 de manganèse..	4925	3220	1,52
	38990	29992	1,30
Acier à 29,6 p. 100 de nickel et 1,1 p. 100 de manganèse..	10166	3128	3,25
	36113	30094	1,20
Acier à 35 p. 100 de nickel et 0,3 p. 100 de manganèse....	14964	3246	4,61
	59065	30446	1,94

(1) Ewing et Low, *On the Magnetisation of Iron and other magnetic Metals in very strong Fields* (*Philos. Trans.*, p. 221; 1889).

(2) Ce résultat confirme les prévisions de M. Ch.-Éd. Guillaume.

ACOUSTIQUE. — *Sur les lois de l'écoulement de l'air dans les instruments de musique.* Note de M. **Firmin Larroque**, présentée par M. A. Cornu.

« Les instruments de musique à embouchure rendent, suivant la pression du souffle de l'instrumentiste, des sons doux ou des sons éclatants, *cuivrés*. Les graphiques vibratoires qui correspondent à ces deux sortes de sons diffèrent, les sons *cuivrés* donnant lieu à des élongations périodiques sur l'axe des abscisses, qui révèlent l'existence d'interruptions périodiques du mouvement vibratoire et de l'écoulement. Pour expliquer ces phénomènes, il nous suffira de remarquer que, par sa mise en vibration dans le tube de l'instrument, l'air acquiert une quasi-viscosité, et d'appliquer à son écoulement les lois qui concernent les mouvements des liquides dans les vases communiquants. Si le liquide est visqueux, il s'écoule lentement sans oscillation; c'est, abstraction faite de la vibration sonore, ainsi que s'écoule l'air pendant l'émission des sons doux. Si le liquide est fluide, il passe brusquement d'un vase dans l'autre, et, en vertu de la vitesse acquise, il dépasse d'abord le niveau d'équilibre pour osciller ensuite de part et d'autre de ce niveau; c'est précisément de semblable manière que s'écoule l'air dans les instruments à embouchure lorsqu'ils émettent des sons *cuivrés :* la pression du souffle de l'instrumentiste est assez considérable pour annuler en quelque sorte la viscosité de l'air due à l'état vibratoire, et pour que l'oscillation précitée ait lieu. Cette oscillation se répercute sur les lèvres de l'instrumentiste, ainsi qu'en font foi les graphiques vibratoires de ces organes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les composés organo-magnésiens aromatiques.* Note de MM. **Tissier** et **Guignard**, présentée par M. Moissan.

« Les composés organo-magnésiens produits par l'action du magnésium métallique sur les éthers halogénés des alcools, indiqués et réalisés pour la première fois par l'un de nous (*Comptes rendus,* t. CXXX), ont été immédiatement, soit de notre part, soit de la part de divers savants, l'objet d'un certain nombre de travaux présentés à l'Académie.

» Ils constituent, en effet, une méthode commode de synthèse en Chimie organique.

» Nous avons essayé de généraliser cette méthode, appliquée jusqu'ici exclusivement à la série grasse, et de préparer des composés dans lesquels

le magnésium serait uni directement à un noyau aromatique simple ou substitué.

» Les dérivés halogénés du benzène et de ses homologues réagissent facilement sur le magnésium, avec formation de composés organo-métalliques analogues à ceux de la série grasse. Le mode opératoire reste le même. En faisant tomber lentement sur le magnésium le benzène monobromé et le toluène monobromé, additionnés d'un volume d'éther anhydre, nous avons obtenu les dérivés organo-métalliques correspondants $C^6H^5 - Mg - Br$ et $C^6H^4(CH^3) - Mg - Br$. Ces composés cristallisent déjà dans l'éther qui les baigne, à la température ordinaire, et, par refroidissement à l'eau glacée, le tout se prend en masse cristalline. Au début de l'opération, il est nécessaire de chauffer légèrement le ballon dans lequel on effectue la préparation, ou encore d'y projeter une petite parcelle d'iode pour amorcer la réaction, qui marche dès lors régulièrement.

» Les chlorures et les anhydrides d'acides, les éthers-sels, les aldéhydes primaires et les aldéhydes secondaires réagissent sur le bromure de magnésium phényle et sur le bromure de magnésium tolyle avec autant d'énergie que sur les composés organo-métalliques de la série grasse. Nous avons pu ainsi faire la synthèse de toute une série de corps nouveaux dont la détermination exacte, assez longue, fera l'objet d'un Mémoire plus complet.

» Pour mettre en évidence le sens de ces réactions et montrer qu'elles sont parallèles à celles déjà obtenues dans la série grasse, nous avons préparé quelques corps connus, par l'action du bromure de magnésium phényle sur le chlorure d'acétyle, sur l'acétone et sur le benzoate de méthyle.

» *Benzoate de méthyle.* — Le benzoate de méthyle, dilué dans l'éther, est versé goutte à goutte sur le bromure de magnésium phényle. La réaction, d'abord très vive, doit être ralentie en plaçant le ballon dans la glace; bientôt elle devient plus modérée et l'on peut cesser de refroidir. Il se sépare un magma cristallin peu soluble dans l'éther. On termine l'opération et l'on abandonne le ballon à lui-même pendant quelque temps, pour que la réaction s'achève. On jette enfin le tout dans l'eau glacée pour décomposer la combinaison organo-métallique.

» L'éther qui surnage, séparé et séché, abandonne par évaporation des cristaux abondants de triphénylcarbinol $(C^6H^5)^3 \equiv COH$, qu'une nouvelle cristallisation dans l'alcool permet d'obtenir purs. Le triphénylcarbinol a été caractérisé par son point de fusion, 158°-159°, par l'analyse et par son poids moléculaire.

» Les rendements sont presque théoriques. Il faut $\frac{1}{2}$ molécule de benzoate pour une molécule de composé organo-magnésien.

» *Acétone.* — Avec l'acétone et en opérant de la même manière, le bromure de magnésium phényle donne le diméthylphénylcarbinol $\begin{matrix} C^6H^5 \\ (CH^3)^2 \end{matrix}\!\!>\!COH$, fusible à 23°.

» *Chlorure d'acétyle.* — Le chlorure d'acétyle fournit, avec le bromure de magnésium phényle, non pas le carbinol correspondant, mais, par déshydratation, le diphényléthylène $(C^6H^5)^2 = C = CH^2$, liquide bouillant à 152° sous 14^{mm} de pression.

» Les équations qui rendent compte des réactions sont identiques à celles que nous avons indiquées pour la série grasse. Il suffit, pour s'en convaincre, de comparer les résultats obtenus dans les deux cas. Si les dérivés halogénés du benzène et de ses homologues réagissent facilement sur le magnésium, il n'en est pas de même du naphtalène bromé α ou β, qui présente une résistance assez grande. La réaction ne s'effectue qu'avec une extrême lenteur, même à la température d'ébullition de l'éther. En résumé, les éthers halogénés de la série aromatique réagissent sur le magnésium comme ceux de la série grasse, mais la vitesse de réaction va en diminuant avec la complication du noyau. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Du dédoublement des albuminoïdes ou protoplasmides.* Note de M. A. Étard, présentée par M. Duclaux.

« Les os de bœuf décalcifiés, soumis à l'action de l'acide sulfurique à 20 pour 100 pendant quarante-huit heures à la température d'ébullition, se dissolvent aisément. Cette hydrolyse ressemble à celle d'un saccharide condensé.

» Les liqueurs sulfuriques doivent être saturées par la craie afin d'éliminer sans difficulté la presque totalité de l'acide, bien que le sulfate de calcium dissous dans les eaux doive être chassé ultérieurement par la baryte.

» Les liqueurs organiques neutres et chargées de sulfate calcique dissous, ou de chaux combinée, étant concentrées laissent déposer très peu de tyrosine et des matières riches en glycocolle et leucine (*Annales de l'Institut Pasteur,* mai 1901).

» Ces matières bien connues sont purifiées, et les résidus s'ajoutent aux matériaux incristallisables dans ces milieux.

» A leur tour, les sirops incristallisables doivent être traités.

» A cet effet, après addition d'eau, on les sature par un excès notable de baryte qui enlève définitivement l'acide sulfurique, on filtre, puis on chasse la baryte excédante par un courant prolongé de gaz carbonique qui fait disparaître la chaux en même temps. Avec peu de baryte, tout le sulfate de chaux peut se séparer exactement, et la substance organique est engagée seulement avec de la baryte si sa fonction est acide. Il ne reste plus qu'à concentrer dans le vide à consistance de sirop.

» Le sirop barytique est malaxé avec un excès d'alcool méthylique concentré; il se forme une matière poisseuse qui, bientôt, prend de la consistance et présente en s'étirant un bel aspect chatoyant et fibreux, tandis que l'alcool méthylique se charge d'une substance brune assez fluorescente. Dans une nouvelle dose d'alcool méthylique la matière se dessèche plus complètement et se résout en une poudre blanche, dure, de nature cristalline. Pour achever la purification, on procède au lessivage méthodique par l'alcool méthylique bouillant dans un appareil à déplacement, puis tous les liquides colorés sont réunis. Dans ces conditions, la tyrosine, la leucine et le glycocolle qui pourraient rester sont dissous, ainsi qu'un peu de matière sirupeuse fluorescente.

» En résumé, les os décalcifiés se séparent à l'hydrolyse simple en trois groupes de matières :

» 1° Glycocolle, leucine et un peu de tyrosine;

» 2° Une matière sirupeuse très soluble dans l'alcool méthylique concentré;

» 3° Une matière tout à fait insoluble dans l'alcool méthylique concentré.

» Le premier groupe est, pour les os, le moins important.

» La masse, complètement insoluble dans l'alcool, est assez déliquescente, ne donne pas de réaction avec les réactifs des albuminoïdes ni des alcaloïdes. Bien qu'elle puisse être un mélange de deux dérivés du même groupe, isomères ou différents, je donne son analyse comme aboutissant d'un travail réel :

		Théorie pour $C^{18}H^{41}Az^{5}O^{20}Ba^{2}$.
C	24,5	23,4
H	4,0	4,4
Az	7,4	7,6
Ba	34,5	34,7
O	29,4	29,7

» Nous sommes ici en présence d'un dérivé très chargé en baryte en raison des circonstances de sa préparation. Si ce dérivé préparé en grandes masses peut être obtenu plus pur, il n'en est pas moins bien caractérisé, car sa solution aqueuse ne précipite plus par l'acide carbonique.

» Jusqu'à ce jour, la chaux ou la baryte des produits d'hydrolyse a été chassée parce que ces bases étaient considérées comme liées à l'acide acétique ou formant des cendres peu importantes; en agissant ainsi, on se prive d'un des meilleurs modes de séparation que j'aie pu trouver quant à présent et que je signale à l'attention des chimistes s'occupant de ces questions.

» Le glycocolle, la leucine, la tyrosine se séparent, comme nous l'avons vu, du dérivé barytique par l'alcool méthylique bouillant. Cependant, des doutes pourraient subsister, et, de plus, il serait légitime de penser que la matière en question n'est qu'un mélange d'un corps azoté et d'acétate de baryum ou d'autres sels analogues. Il faut donc remonter à la matière organique exempte de baryte.

» Dans ce but, le produit barytique a été traité par un petit excès d'acide sulfurique étendu; après concentration à l'état de sirop, le résidu organique privé de baryte est précipité par de l'alcool méthylique et longtemps malaxé avec ce liquide. Il est évident que, dans ces conditions, on dissoudrait non seulement le peu d'acide sulfurique présent, mais encore l'acide acétique, s'il existait, et la plupart des acides mono et bibasiques connus.

» Ce traitement provoque la dissolution d'une certaine quantité de matière non étudiée et qui pouvait influer sur l'analyse brute du dérivé barytique donnée ci-dessus. Il reste à l'état insoluble, dans le milieu méthylique, une belle substance sablonneuse, blanche, nettement cristalline au microscope, donnant la sensation d'un frottement dur sous la baguette de verre et fort déliquescente à l'air.

» Analyse :

			Théorie pour $C^{18}H^{35}Az^{5}O^{15}$.
C	38,33	39,6	38,5
H	6,31	6,7	6,2
Az	12,51	12,64	12,5
O	41,79	41,06	42,6

» La déliquescence de la matière, à l'état de pureté où je la possède en ce moment, rend les pesées très difficiles.

» Les corps de cette espèce pouvant être fort nombreux, je propose de désigner ceux que je puis trouver en juxtaposant le nom de l'espèce naturelle à celui du tissu. Le corps que je viens de décrire sommairement prendrait ainsi le nom de *bos-ostéoplasmide*.

» Qu'il existe ou non un carboxyle CO^2H dans cet ostéoplasmide, on peut le titrer avec de l'eau de baryte et un indice colorant. On constate ainsi la fixation de 21,7 pour 100 de BaO, soit une molécule, alors que la formule $C^{18}H^{35}Az^{5}O^{15}BaO$ exige 21,4.

» *Conclusions*. — Ces corps, dérivés des albuminoïdes ou protoplasmides, doivent être considérés comme des saccharides azotés, dont un exemple simple est donné par la chitosamine.

» Par des corps semblables doit s'établir une relation entre les divers états de condensation des albumines et des sucres.

» Ce premier travail indique que les produits de dédoublement des protoplasmides contiennent, à côté de quantités variables d'acides amidés, des corps fortement oxygénés en masse prépondérante. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Différence de constitution de la bile suivant l'âge et l'état d'engraissement des animaux.* Note de M. **R.-L. Craciunu**, présentée par M. Armand Gautier.

« Notre but, en entreprenant ces recherches, était surtout de déterminer quelles sont les conditions qui concourent à la formation des calculs biliaires. Ce but, s'il n'a pas été encore atteint, nous a du moins déjà fourni quelques résultats intéressants que nous nous permettons de présenter à l'Académie.

» Voici d'abord le mode opératoire que nous avons adopté pour l'analyse de la bile :

» La bile fraîche était extraite de la vésicule biliaire fort peu de temps après la mort de l'animal; l'on en prenait la densité à la balance de Mohr.

» Un volume déterminé est desséché à l'étuve à 110° jusqu'à poids constant : on obtient ainsi l'eau et la totalité des matières solides. Le résidu pulvérisé est épuisé à l'éther qui dissout la cholestérine, la lécithine et les corps gras et qui laisse une partie insoluble A. L'éther évaporé abandonne, par dessiccation à 100°, un résidu que l'on pèse (B). Ce résidu est saponifié au bain-marie par une solution alcoolique de potasse; l'alcool étant évaporé, on reprend le tout par l'eau et l'éther qui dissout la cholestérine, que l'on pèse; son poids retranché de B donne par différence les acides gras et la lécithine. D'autre part, la partie insoluble A est épuisée par l'alcool à 90° bouillant; il reste de nouveau une partie insoluble que l'on sèche et pèse et qui représente le mucus, un peu de matière colorante et les sels fixes de la bile; quant aux corps dissous dans l'alcool on en trouve le poids après évaporation de ce dissolvant et dessiccation : ce poids représente les taurocholates et le glycocholate de sodium.

» Cette méthode assez rapide nous a semblé d'une exactitude très suffisante pour nos recherches.

» Nos expériences, qui ont porté sur la bile de dix-huit animaux, forment deux séries distinctes : d'une part, celles ayant trait aux animaux jeunes ou vieux et maigres; de l'autre, celles qui se rapportent aux animaux jeunes ou vieux, mais gras.

» Nous ne pouvons donner ici le Tableau de nos chiffres analytiques, qui sont, d'ailleurs, très concordants dans leur détail; nous nous conten-

terons d'indiquer seulement les moyennes qu'ils nous ont fournies. Nos chiffres répondent à 100 de bile fraîche :

	Résidu sec.	Eau.	Mucine et sels fixes.	Cholestérine.	Corps gras et lécithine.	Taurocholate et glycocholate de sodium.
Animaux jeunes et maigres (de 3 semaines à 3 ans et demi).	10,5489	89,4511	0,5355	0,0853	0,3206	9,6163
Animaux jeunes et gras......	9,8024	90,1976	0,3363	0,0851	0,2774	8,9725
Animaux vieux et maigres (de 5 ans à 12 ans)............	8,0716	91,9284	0,2982	0,0629	0,7043	7,1509
Animaux vieux et gras.......	7,9717	92,0283	0,2088	0,0324	0,2852	7,4344

» De l'examen de ce Tableau il ressort que la bile des animaux jeunes, qu'ils soient gras ou maigres, contient plus de matières concourant à former le résidu sec et, par conséquent, moins d'eau que la bile des animaux vieux, gras ou maigres. La mucine, les sels fixes, la cholestérine, les taurocholates et les glycocholates de soude sont plus abondants chez les animaux jeunes; par contre, les corps gras et la lécithine l'emportent chez les animaux âgés.

» Si maintenant, au lieu de comparer la bile des animaux suivant leur âge, nous la comparons suivant leur état d'engraissement, nous obtenons le Tableau de moyennes suivant :

	Résidu sec.	Eau.	Mucine et sels fixes.	Cholestérine.	Corps gras et lécithine.	Taurocholate et glycocholate de sodium.
Animaux maigres (jeunes ou vieux).	9,1726	90,8274	0,4037	0,0742	0,5125	8,2466
Animaux gras (jeunes ou vieux).	8,7853	91,2147	0,2657	0,0558	0,2817	8,1180

» On voit que les animaux maigres ont une bile plus riche en résidu sec que les animaux gras et que, par conséquent, l'eau est en plus grande quantité dans la bile de ces derniers; les animaux maigres éliminent plus de mucine, de sels fixes, de cholestérine, de corps gras, de lécithine et de taurocholate et glycocholate de sodium que les animaux gras.

» Sans vouloir tirer une règle générale de ces expériences, nous croyons pouvoir dire cependant que les déchets qui s'accumulent dans la bile sont plus abondants dans la jeunesse et à l'état de maigreur que dans la vieillesse et à l'état d'engraissement. Or, si l'on considère que l'excrétion de la bile est fonction de l'activité vitale, ces résultats n'ont rien qui doive surprendre. Pourtant, en ce qui concerne l'excrétion de la lécithine, il est cu-

rieux de voir qu'elle est maxima chez les animaux vieux, maigres ou gras, comme si cette substance était ici un produit de déchet de l'organisme, manière de voir qui s'accorderait assez bien avec les récentes expériences de M. Wildiers (*La Cellule*, t. XVII, p. 385).

» Nous nous proposons, dans un prochain travail, de poursuivre l'étude des causes qui président à la formation des calculs biliaires. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur l'acide phosphorique des sols.* Note de M. Th. Schlœsing fils, présentée par M. Duclaux.

« I. *Acide phosphorique soluble à l'eau.* — Malgré leurs proportions toujours minimes, les phosphates dissous dans l'eau qui imprègne le sol peuvent, je crois l'avoir montré (*Comptes rendus*, 1898), normalement et en dehors des additions de superphosphates, tenir une grande place dans l'alimentation des plantes. L'importance qui s'y attache vient de ce qu'ils se renouvellent dans l'eau à mesure que les racines les consomment. Elle suppose dans le sol l'existence d'un certain approvisionnement de phosphates susceptibles d'être dissous par l'eau. J'ai voulu avoir une évaluation de cet approvisionnement. Pour cela, j'ai cherché à retirer de la terre tout l'acide phosphorique que l'eau pourrait lui prendre.

» En agitant 300^{gr} de terre avec 1300^{cc} d'eau, suivant un procédé déjà décrit, décantant ensuite 1^{lit} et le remplaçant par de l'eau neuve, puis recommençant ces opérations un grand nombre de fois et analysant divers litres décantés, j'ai obtenu successivement :

P^2O^5 dans divers litres décantés.	Décantations. 1re.	2e.	5e.	10e.	19e.	21e.	22e.	23e.
	mgr	mgr	mgr	mgr	mgr	mgr	mgr	mgr
Terre de Boulogne..	3,2	3,2	2,7	1,5	»	0,46	»	0,41
Terre de Joinville ..	1,4	1,4	»	0,8	0,32	»	0,27	»
Terre de Neauphle..	0,9	»	»	0,6	0,17	»	0,21	»

» On voit nettement par ces chiffres l'enlèvement progressif de l'acide phosphorique. A l'aide de courbes qu'ils permettent de tracer, on obtient facilement le total d'acide soustrait par l'eau à 300^{gr} de terre; on passe de là à l'hectare de 4000 tonnes, en restant d'ailleurs au-dessous du véritable approvisionnement cherché, car l'épuisement de la terre n'a pas été achevé. Ce calcul donne :

		Dans 300^{gr} de terre.	Pour un hectare.
		mgr	kg
P^2O^5 soluble à l'eau.	Boulogne	33	440
	Joinville	16	210
	Neauphle.......	10	130

» Ainsi, il y a par hectare un stock d'acide phosphorique soluble à l'eau qui, dans des terres de fertilité convenable, comme les précédentes, pourrait à lui seul subvenir aux besoins de cinq, dix ou vingt récoltes ; ce n'est pas là une présomption, ainsi qu'il résultait de mes premières expériences; c'est un fait. Et ce stock, dont nous pouvons estimer la valeur à une époque donnée, s'entretient dans le temps par les engrais, par les résidus des récoltes, par la décomposition lente des débris de roches entrant dans les sols.

» On pourrait penser (on a même dit) que, dans les conditions naturelles, une excessive quantité d'eau est, comme dans nos expériences, nécessaire pour servir de véhicule aux phosphates solubles que la terre, on vient de le constater, livre si difficilement. Ce serait, me semble-t-il, une erreur. Si pour nos essais nous employons beaucoup d'eau relativement au poids de terre, c'est que nous ne voyons pas d'autre moyen d'abaisser le titre de nos liquides en acide phosphorique et de leur permettre de dissoudre une suffisante quantité de ce corps. Mais dans les terres en place il y a les racines. Celles-ci sont capables d'appauvrir incessamment les dissolutions par un procédé que nous n'imitons pas, et de prolonger ainsi indéfiniment l'action dissolvante exercée sur le sol par une même masse d'eau, fût-elle restreinte.

» Ces phosphates solubles et très rares des dissolutions souterraines peuvent-ils être réellement utilisés par les plantes? La chose me paraît établie par mes expériences antérieures. M. Artus vient d'arriver à des résultats qui tendent à en donner une confirmation pratique (*Ann. de la Sc. agr. franç. et étrang.*, 1901). Ayant étudié huit terres *d'une même région,* il a trouvé qu'elles se classaient dans le même ordre d'après leur teneur en acide phosphorique soluble à l'eau et d'après leurs rendements en blé.

» II. *Acide phosphorique soluble à l'acide azotique très dilué.* — J'ai été amené à reconnaître (*Comptes rendus,* 1899) que l'on pouvait distinguer dans un sol deux catégories de phosphates assez nettement séparées, l'une soluble dans une liqueur azotique d'acidité finale atteignant au plus 1 ou 2 dix-millièmes de Az^2O^5 libre, l'autre commençant seulement à se dissoudre à partir d'une acidité voisine de 1 millième. J'avais constaté, de plus, que la proportion de l'acide phosphorique soluble à l'eau suivait, d'une terre à l'autre, celle des phosphates de la première catégorie; par suite, ces phosphates devaient concourir d'une manière spéciale à la nutrition des plantes.

» M. Alexius de Sigmond a exécuté sur ce sujet des expériences dignes d'attention (*Ann. de la Sc. agr. franç. et étrang.*, 1900). Opérant sur des terres de Hongrie de natures diverses, il y a d'abord très généralement vérifié l'existence des deux catégories de phosphates qui viennent d'être rappelées. Il a eu, en outre, l'idée de chercher s'il existait une relation entre le taux de l'acide phosphorique de la première catégorie, ainsi que de l'acide phosphorique total, et les besoins réels des terres en acide phosphorique, ces besoins étant déterminés par des essais de culture. Il a reconnu que, tandis qu'il n'y avait pas, comme on l'a souvent remarqué, de lien bien constant entre la teneur en acide phosphorique total et les exigences des terres en engrais phosphatés, il y en avait un très étroit entre les mêmes exigences et la teneur en acide phosphorique de la première catégorie défini plus haut. Dans les conditions où il a expérimenté (25^{gr} de terre agités avec 1^{lit} de liquide acide), il a indiqué le taux de 0,075 pour 100 d'acide phosphorique de la première catégorie comme limite au-dessus de laquelle les terres recevaient, sans profit pour les récoltes, des engrais phosphatés; le chiffre de 0,075 n'est peut-être pas absolu et définitif.

» Ces résultats font ressortir l'utilité de la distinction des deux catégories de phosphates établie précédemment. Il est permis d'espérer que la nouvelle méthode d'analyse fondée sur cette distniction résoudra, plus sûrement que ses devancières, l'importante question de savoir si une terre réclame ou non des engrais phosphatés. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la composition de l'amblygonite.* Note de M. **Henri Lasne.**

« Depuis l'époque où Rammelsberg a fait l'analyse de ce minéral, des progrès importants ont été réalisés dans les méthodes, et il m'a paru intéressant de reprendre ce travail.

» Parmi de nombreux échantillons recueillis à Montebras (Creuse), j'ai choisi deux individus très nets, représentant les deux types extrêmes.

» I. Échantillon à peine teinté de gris rose, un peu translucide. II. Échantillon blanc opaque.

Action de la chaleur. — A l'étuve à 100°, ces deux échantillons pulvérisés diminuent lentement et progressivement pendant plusieurs jours sans atteindre la constance du poids. Cette perte est due à une décomposition partielle, car, sur l'acide sulfurique, à froid, on obtient rapidement un poids constant. C'est donc sur la matière desséchée à l'exsiccateur que l'analyse a été pratiquée.

» En chauffant faiblement au bunsen, la matière se fritte et bouillonne. Mais la fusion n'est pas complète, même au chalumeau. Il y a perte de

poids variable suivant la manière dont le chauffage a été conduit, ce qui démontre qu'il ne s'agit pas seulement du départ de l'eau combinée.

» L'*acide chlorhydrique* ne produit qu'une attaque partielle et lente; cependant on arrive ainsi à dissoudre la totalité du fer, et à reconnaître que ce métal se trouve à l'état de protosel.

» L'*acide sulfurique* concentré et chaud permet une attaque complète. Pour l'analyse, on amène la matière à l'état de bouillie claire, et l'on maintient plusieurs heures à une température voisine de l'ébullition de l'acide, dont on évapore la majeure partie. Après refroidissement, on délaie dans l'eau, et l'on maintient vers 100° jusqu'à hydratation et dissolution complètes. Il ne reste qu'un faible résidu qui résiste à un second traitement semblable, à la fusion au bisulfate et à l'action de l'acide fluorhydrique. Il ne contient ni étain ni titane. Je pense qu'il est constitué d'acide tantalique ou niobique, mais sa trop faible quantité ne m'a pas permis de le vérifier.

» Sur la liqueur obtenue, l'*alumine* est dosée par la méthode que j'ai indiquée ici même, à l'état de phosphate d'alumine.

» Pour la *chaux*, le *fer*, le *manganèse*, on traite de la même façon une plus grande quantité, et l'on analyse, par les méthodes connues, le résidu insoluble dans la soude caustique.

» L'*acide phosphorique* est dosé à l'état de pyrophosphate de magnésie, après fusion, au carbonate de soude : il y a perte par volatilisation dans l'attaque sulfurique.

» La séparation des *alcalis* en présence d'une grande quantité de phosphate d'alumine présente une certaine difficulté. J'indiquerai ailleurs la méthode employée. Sur la solution, ne contenant que les alcalis, on dose la *lithine* suivant les indications de M. Ad. Carnot.

» Le *fluor* est dosé par la méthode que j'ai décrite antérieurement : dégagement du fluorure de silicium, et pesée à l'état de fluorure de calcium.

» Pour doser l'*eau combinée*, on calcine avec un poids connu de chaux vive. L'eau combinée paraît jouer un rôle important dans la constitution du minéral.

» Voici les résultats obtenus. Je reproduis, à titre de comparaison, l'analyse de Rammelsberg :

	I.	II.	Rammelsberg.
Acide phosphorique	46,85	44,62	47,15
Fluor	8,51	4,08	8,11
Eau combinée	3,00	7,59	»
Alumine	34,01	34,32	36,62
Lithine	8,50	7,10	7,03
Soude	1,00	2,81	3,29
Potasse	0,18	0,23	0,43
Chaux	0,23	0,29	»
Protoxyde de fer	0,76	0,46	»
Protoxyde de manganèse	0,13	0,28	»
Résidu insoluble	0,55	0,22	»
	103,72	102,00	102,63
Oxygène à déduire	3,57	1,72	3,41
Total	100,15	100,28	99,22

» Pour étudier le groupement, divisons chacun des dosages par l'équivalent de substitution respectif; nous trouvons :

		I.		II.	
Acide phosphorique...	(23,67)	1,9793	2,4272	1,8805	2,0952
Fluor................	(19,00)	0,4479		0,2147	
Eau..................	(9,01)		0,3330		0,8424
Alcalis..............	»	0,6015	2,6316	0,5645	2,6109
Alcalinoterreux, etc...	»	0,0330		0,0311	
Alumine..............	(17,04)	1,9971		2,0153	

» Ce Tableau démontre qu'il faut, dans les deux cas, attribuer à l'eau un double rôle, partie acide et partie basique : il existe simultanément un phosphate acide et de l'hydrate d'alumine. Si l'on a égard à la généralité du type fluophosphate, on est amené à la répartition suivante :

		I.		II.	
Fluophosphate alcalin.	$\frac{P}{3}$..........	0,5711	0,6345	0,5360	0,5956
	F..........	0,0634		0,0596	
	Li... $\frac{Ca}{2}$...		0,6345		0,5956
Fluophosphate acide d'alumine.	$\frac{P}{3}$..........	1,4082	1,5647	1,3445	1,4939
	F..........	0,1565		0,1494	
	H..........	0,0643	1,5647	0,1634	1,4939
	$\frac{Al}{3}$..........	1,5004		1,3305	
Fluorure et hydrate d'aluminium.	F..........	0,2280	0,4967	0,0057	0,6847
	H..........	0,2687		0,6790	
	$\frac{Al}{3}$..........		0,4967		0,6848

» Ce qui conduit à la formule générale

$$2\left[(PO^4)^3 F\left(Li..\frac{Ca}{2}\right)^{10}\right] + 5\left[(PO^4)^3 F\left(\frac{Al}{3}..H\right)^{10}\right] + m Al(F.OH)^3.$$

» Les coefficients des deux premiers termes sont rigoureusement exacts dans les deux cas; mais le coefficient du troisième varie, de 5 pour l'échantillon I à 8 pour l'échantillon II; en outre, dans ce dernier, ce terme ne contient presque plus de fluor et est constitué d'hydrate d'alumine; enfin, la proportion d'alumine remplacée par l'hydrogène dans le fluophosphate est beaucoup plus grande.

» Sont-ce là deux espèces distinctes? On est tenté de voir dans ces modifications les résultats plus ou moins avancés de l'action de l'eau sur une même substance initiale. Il est à remarquer cependant, en faveur de la première opinion, qu'en cas de mélange on reconnaît une séparation nette et non diffuse entre les veines translucides et opaques. »

BOTANIQUE. — *Recherches histologiques sur la sporulation des levures.* Note de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Gaston Bonnier.

« Dans une précédente Note, nous avons fait connaître les résultats de nos recherches sur la structure des levures, et nous avons modifié l'interprétation de Wager. Nous avons décrit chez les levures un noyau (nucléole de Wager) possédant quelquefois une structure différenciée, et ordinairement accolé à une vacuole, et nous avons fait voir, contrairement à Wager, que cette vacuole était indépendante du noyau et que les granulations qu'elle renferme, considérées par cet auteur comme de nature chromatique, devaient être assimilées aux corps rouges de Bütschli.

» Nous avons continué nos recherches et nous avons étudié les phénomènes de sporulation.

» Malgré le grand intérêt qu'ils présentent soit par eux-mêmes, soit au point de vue de la classification, les phénomènes protoplasmiques qui précèdent la sporulation sont restés jusqu'ici fort mal connus. Il n'y a guère que Zalewsky et Wager qui les aient suivis. Ce dernier observe une division de la « vacuole nucléaire », qui aboutit à une vacuolisation complète du protoplasma. Les granulations contenues dans cette vacuole vont se placer autour du nucléole et disparaissent en grande partie, semblant être absorbées par le nucléole dans lequel s'est condensé tout le noyau. La division de ce noyau paraît s'effectuer par une karyokinèse simplifiée, et le protoplasma se condense autour de chaque noyau pour constituer les spores.

Notre étude a porté sur un certain nombre de levures (*S. cerevisiæ, ellipsoideus, pastorianus, anomalus, membranifaciens*) mais aucune ne nous a présenté des phénomènes aussi nets que *S. Ludwigii*. Son développement a été suivi en culture sur carotte, où il se multiplie abondamment et sporifie très vite.

» Au début de son développement, cette levure présente un noyau assez petit, qui ne laisse apercevoir aucun détail de structure et qui est accolé à une vacuole chargée de grains rouges.

» On voit apparaître un peu plus tard une ou, plus généralement, deux vacuoles imprégnées de glycogène et occupant les deux pôles de la cellule. Dans les premières phases de la sporulation, chacune de ces vacuoles se divise jusqu'à ce que le protoplasma apparaisse entièrement rempli de petites vacuoles séparées par des mailles très fines de protoplasma. Les vacuoles conservent leur contenu, et l'on distingue donc des vacuoles à glycogène et des vacuoles à grains rouges. Ces dernières sont ordinairement placées vers le centre ou sur un des côtés de la cellule : elles sont au nombre de cinq ou six, quelquefois plus; il peut même arriver qu'elles occupent presque toute la cellule. Les vacuoles à glycogène sont très réfringentes et laissent difficilement apercevoir leur contour, mais l'emploi des coupes à la paraffine, indispensable pour l'interprétation de ces phénomènes, permet de les distinguer d'une façon suffisamment nette.

» Le noyau occupe un des côtés de la cellule; il est accolé à la membrane; exceptionnellement, il se trouve au centre; il paraît toujours en intime contact avec les vacuoles à grains rouges, dont l'ensemble représente sans doute les granulations signalées par Wager autour du noyau au début de la sporulation.

» A un certain moment, ces vacuoles changent d'aspect, les granules diminuent de nombre et de taille; ils n'apparaissent plus guère que sous forme de petites ponctuations localisées à la périphérie des vacuoles, qui alors prennent une coloration uniformément rouge pâle avec toutes les matières colorantes qui donnent aux granules la teinte rouge caractéristique (hémalun, hématoxyline, violet de gentiane). Les meilleures préparations sont obtenues à l'aide du bleu de méthylène ou du bleu polychrome : les mailles du protoplasma se colorent légèrement en bleu, le noyau se laisse souvent apercevoir avec une teinte un peu plus foncée, et les vacuoles prennent une coloration uniformément rouge pâle. Cette coloration des vacuoles, qui ne se rencontre à aucun autre stade du développement et qui correspond avec la diminution de nombre des grains rouges, paraît ne pouvoir s'expliquer que par une dissolution de ces granulations. La présence d'un contenu acide dans la vacuole ne pourrait, en effet, rien expliquer, car elle serait incapable de faire virer au rouge le bleu de méthylène. C'est à ce stade que le noyau commence sa première division : les deux noyaux filles vont se porter aux deux extrémités de la cellule et se redivisent immédiatement pour former quatre noyaux, deux à chaque pôle. C'est à ce nombre que s'arrête généralement la division. Cette division paraît, à certains égards, devoir être considérée comme intermédiaire entre la division directe et la karyokinèse, bien qu'on ne puisse s'en faire qu'une idée très incomplète. Les mailles du protoplasma s'épaississent soit au centre, soit le long de la paroi, le protoplasma se condense, puis se divise en deux portions qui se placent aux deux extrémités autour des noyaux pour constituer ordinairement quatre spores.

» Les spores sont d'abord extrêmement petites : elles s'entourent d'une membrane très mince qui reste quelque temps ouverte du côté opposé au noyau, et cette disposition pourrait peut-être rappeler les figures décrites par Harper pour les Ascomycètes supérieurs, chez lesquels le kinoplasma entoure la spore d'une fine membrane qui ne se ferme que tardivement à son pôle opposé au noyau.

» Ces spores s'enveloppent peu à peu d'une membrane cellulosique, se gonflent et refoulent le protoplasma non utilisé et les vacuoles qui les entourent, dont les gra-

nules semblent parfois se grouper autour d'elles, pour leur constituer une sorte de muraille. Mais cet épiplasma ne tarde pas à se désorganiser, les mailles protoplasmiques disparaissent, et il ne subsiste plus qu'un liquide contenant en suspension une forte proportion de glycogène et la substance qui se colore uniformément en rouge. Ces substances diminuent à mesure que les spores se développent et, au moment de leur maturité, celles-ci occupent toute la cellule, ayant presque totalement absorbé l'épiplasma.

» La spore, une fois constituée, est formée d'un noyau accolé à la membrane, d'où partent un certain nombre de fines radiations protoplasmiques qui délimitent autant de petites vacuoles remplies de glycogène. Le protoplasma renferme un certain nombre de grains rouges. La spore jeune se colore en bleu par le bleu polychrome, mais, une fois mûre, elle prend une teinte légèrement violette, comme si elle s'était imprégnée du contenu rouge de l'épiplasma.

» Les autres levures que nous avons observées présentent des phénomènes analogues, avec quelques différences de détail.

» De même que Wager, nous n'avons trouvé dans aucune d'elles de division de noyaux, suivie de refusion, précédant la sporulation, telle que l'avaient observée Janssens et Leblanc. Nous nous proposons d'ailleurs de revenir sur cette question.

» Il résulte donc de notre étude que, au moment de la sporulation, il semble s'effectuer une sorte de dissolution des grains rouges contenus dans les vacuoles et que ces corps paraissent se comporter comme des matières de réserve. Déjà Raum et Ernst leur avaient attribué un grand rôle dans la sporulation des levures et des bactéries, et un certain nombre d'auteurs avaient été amenés à les considérer comme des produits de réserve. Nos observations confirment ces faits. Enfin l'ensemble des phénomènes paraît présenter une certaine analogie, tant par la formation des spores que par la constitution de l'épiplasma, avec ce que l'on a observé pour les Ascomycètes supérieurs. »

M. Desbourdieu adresse un projet d'expériences relatives aux courants telluriques.

A 4 heures l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Médecine et Chirurgie présente la liste suivante de candidats à la place laissée vacante par le décès de M. *Potain* :

En première ligne, ex æquo, *et par ordre alphabétique*. MM. **Charrin.** **Jaccoud.**

En seconde ligne, ex æquo, *et par ordre alphabétique*... MM. **Cornil.** **Fournier.** **Hayem.** **Lancereaux.** **Laveran.** **Richet.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 6 heures un quart.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 29 avril 1901.

Henri et Alphonse Milne-Edwards, par Edmond Perrier. (Extrait des *Nouvelles Archives du Muséum*, 4e série, t. II.) Paris, Masson et Cie; 1 fasc. in-4°. (Hommage de l'Auteur.)

Paléontologie humaine. L'Homme quaternaire dans le bassin du Rhône, étude géologique et anthropologique, par Ernest Chantre, avec 74 figures intercalées dans le texte. Paris, J.-B. Baillière et fils; Lyon, A. Rey, 1901; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Gaudry. Hommage de l'Auteur.)

Recherches anatomiques sur les Camélidés, anatomie du chameau à deux bosses, différences entre les deux espèces de chameaux, différences entre les chameaux et les lamas, par F.-X. Lesbre, Lyon, Henri Georg, 1900; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Chauveau.)

Revue technique de l'Exposition universelle de 1900, par un comité d'ingénieurs, d'architectes, de professeurs et de constructeurs; Directeur : Ch.

Jacomet, 4e partie: *Génie civil,* t. I. fasc. 1 et 2. Paris, E. Bernard et Cie, 1901; 2 fasc. in-8°. (Présenté par M. Maurice Lévy.)

Société d'Agriculture, Sciences et Arts, centrale du département du Nord, séant à Douai, fondée en 1799. Célébration de son Centenaire, juin-juillet 1899. Douai, impr. Delarra, 1899; 1 vol. in-8°.

Académie des Sciences et Lettres de Montpellier. Mémoires de la Section de Médecine, 2e série, t. I. n° 4 : *Hérédité, étude clinique,* par MM. Mairet et Ardin-Delteil. Montpellier, 1900; 1 vol. in-8°.

Cartes publiées par le Service Géographique de l'Armée, six feuilles : *Hanoï; Oued Sedjenan; Oued Zerga; Oued Okris; Mansourah; Saint-Donat.*

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, *Prince souverain de Monaco,* publiés sous sa direction avec le concours de M. Jules Richard; fasc. XVII, *Céphalopodes provenant des campagnes de la « Princesse Alice »* (1891-1897), par Louis Joubin; fasc. XVIII, *Hydraires provenant des campagnes de l' « Hirondelle »* 1886-1888, par Camille Pictet et Maurice Bedot. Imprimerie de Monaco, 1900; 2 fasc. in-4°.

Notes de Géographie biologique marine. Communication faite au VIIe Congrès international de Géographie à Berlin en 1899 par S. A. S. Albert Ier, Prince de Monaco. Berlin, Wilhelm Greve, 1900; 1 fasc. in-8°.

Exploration de la mer sur les côtes de Belgique en 1899, par Gustave Gilson. (Extrait des *Mémoires du Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique,* t. I, année 1900.) Bruxelles, 1 fasc. in-4°.

La Flore wealdienne de Bernissart, par A.-C. Seward. (Extrait des *Mémoires du Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique,* t. I, année 1900.) Bruxelles, 1 fasc. in-8°.

Die dreizehnte allgemeine Conferenz der internationalen Erdmessung in Paris, 1900; von F.-R. Helmert. Stuttgart, Konrad Wittwer, 1901; 1 fasc. in-8°.

Der normale Theil der Schwerkraft im Meeresniveau, von F.-R. Helmert. Berlin, 1901; 1 fasc. in-8. (Hommage de l'Auteur.)

Tablas para encontrar el valor intrinseco legal mexicano de cualquier cantidad de plata de cualquiera ley del sistema metrico decimal, par Luis-G. Alvarez. Mexico, 1899; 1 vol. in-8 oblong. (Hommage de l'Auteur.)

Ouvrages reçus dans la séance du 6 mai 1901.

La Théorie des valences fractionnées, ses applications à l'atomicité absolue des éléments, à la constitution chimique des corps et à la cohésion, par le Dr A. Frebault. Tours, impr. Paul Bousrez, 1900; 1 fasc. in-8°.

Hydrographie du Congo et de l'Oubanghi, de Brazzaville au Poste d'Abiras, avec leurs affluents rive droite, d'après les travaux des diverses Missions de 1883 *à* 1901 ; Carte dressée à l'échelle de $\frac{1}{800000}$ et dessinée par Henri Chastrey, de juin 1900 à avril 1901 ; numérotée 24. S. l.; 1 feuille double de format hors rang. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Bulletin des Sciences mathématiques, rédigé par MM. G. Darboux, E. Picard et J. Tannery, 2e série, t. XXV, janvier 1901; Paris, Gauthier-Villars, 1 fasc. in-8°.

Annales de l'observatoire astronomique, magnétique et météorologique de Toulouse, t. IV, renfermant une partie des travaux exécutés de 1891 à 1900, sous la direction de M. B. Baillaud, Directeur de l'observatoire. Toulouse, E. Privat; Paris, Gauthier-Villars, 1901 ; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Lœwy.)

Annales de la Société d'Agriculture, Industrie, Sciences, Arts et Belles-Lettres du département de la Loire, 2e série, t. XXI, année 1901 ; 1re livraison : janvier, février, mars. Saint-Étienne, J. Thomas et Cie, 1 fasc. in-8°.

Sir Edward Frankland, von Johannes Wislicenus. Berlin, s. d.; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Aberdeen University Studies : No. I. *Roll of Alumni in Arts of University and King's College of Aberdeen* 1596-1860 ; edited by Peter John Anderson. No. II. *Records of Old Aberdeen* 1157-1891 ; edited by Alexander Macdonald Munro, Volume I. No. III. *Place Names of West Aberdeenshire*, by the late James Macdonald Munro. Aberdeen, 1900; 3 vol. in-8°. (Hommage de l'Université d'Aberdeen.)

Sur la « myriotonie » comme unité dans les mesures osmotiques, par L. Errera. Bruxelles, impr. Hayez, 1901 ; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Quatre opuscules relatifs à des questions de Zoologie par Carolo Berg (Extr. de *Communicaciones del Museo Nacional de Buenos Aires*). 4 fasc. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Huit opuscules sur divers sujets et par divers auteurs, adressés par l'Université de Pensylvanie. 8 fasc. in-8°.

Bibliography of the more important Contributions to american economic Entomology. Part VII. *The more important Writings published between december* 31, 1896, *and january* 1, 1900; prepared under the direction of the entomologist, by Nathan Banks. Washington, 1901; 1 fasc. in-8°.

Archivo bibliographico da Bibliotheca da Universidade de Coïmbra ; Vol. I. Num. 2-4. Coïmbre, 1901 ; 3 fasc. in-4°.

Annual Report of the Board of regents of the Smithsonian Institution,

showing the operations, expenditures, and condition of the Institution, for the year ending june 30, 1898. Washington, 1899; 1 vol. in-8°.

Astronomical, magnetic and meteorological observations made during the year 1891, *at the United States Naval Observatory.* Washington, 1899; 1 vol. in-4°.

Transactions of the Edinburg geological Society; Vol. VIII. part I. Edimbourg, 1901; 1 vol. in-8°.

Sitzungsberichte der königl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Classe, 1899-1900. Prague, 1900-1901; 2 vol. in-8°.

Jahresbericht der königl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften für das Jahr 1899 *u. für das Jahr* 1900, Prague, 1900-1901; 2 fasc. in-8°.

Annales de la Société géologique de Belgique; t. XXV*bis*, 1re livraison, comprenant les feuilles 1 à 27 et les planches I à V. Liége, impr. H. Vaillant-Carmanne, 7 septembre 1900; in-4°.

Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique de l'Université d'Upsal; vol. XXXII, année 1900, par Dr H. Hildebrand Hildebrandson. Upsal, Edv. Berling, 1900-1901; 1 fasc. in-4°.

Wiadomosci matematyczne, redaktor i wydawca S. Dickstein. Tom V, zeszyt 1, 2, 3. Varsovie, 1901; 1 fasc. in-8°.

Memorias y revista de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate », publicadas bajo la direccion de Rafael Aguilar y Santillan; t. XV (1900-1901), num. 1 y 2. Mexico, 1900; 1 fasc. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 6 mai 1901.)

Note de M. *E. Bataillon,* Sur l'évolution des œufs immatures de *Rana fusca :*

Page 1134, ligne 15, titre, *au lieu de* immaturés, *lisez* immatures.
Page 1135, ligne 8, *au lieu de* fécondité, *lisez* fécondation.
Même page, ligne 34, *au lieu de* immaturés, *lisez* immatures.
Page 1136, ligne 18, *au lieu de* Herlert, *lisez* Herbst.